



Politecnico di Milano
Analisi Matematica 1
Anno Accademico 2017-2018
Prof. Ettore Lanzarone

Appello
18 luglio 2018

NOME _____
COGNOME _____
MATRICOLA _____

Parte A: punteggio 6/30; soglia minima per passare la prova 2/30 (ogni risposta giusta ad un quesito vale 1 punto, ogni risposta errata vale -0.25 punti, ogni risposta in bianco vale 0 punti)

Parte T: punteggio 10/30: soglia minima per passare la prova 4/30

Parte B: punteggio 17/30; soglia minima per passare la prova 8/30

Voto complessivo minimo per passare la prova 18/30. Tempo a disposizione 2 ore e 30 minuti. Non si ritirano fogli di brutta: consegnare soltanto questo plico costituito da ?? fogli. Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio nello spazio apposito; intestazioni in bianco annullano la prova. Chi viene sorpreso a copiare, parlare o consultare materiale verrà espulso e la prova annullata.

PARTE A

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

L'integrale $\int_0^1 x^{-\frac{1}{3}} dx$

- non esiste neanche in senso generalizzato;
- vale = 0;
- vale = 3;
- vale = $\frac{3}{2}$.

Quesito 2 (1/0/-0.25 punti)

La derivata della funzione $G(x) = \int_0^x |t| dt$ in $x = 0$

- non esiste;
- vale = 1;
- vale = 0;
- nessuna delle altre risposte è corretta.

Quesito 3 (1/0/-0.25 punti)L'equazione $z - \bar{z} = |z|$ in \mathbf{C}

- non ha soluzioni;
- ha infinite soluzioni;
- ha un'unica soluzione;
- ha esattamente due soluzioni.

Quesito 4 (1/0/-0.25 punti)La funzione $f(x)$ di classe C^3 soddisfa

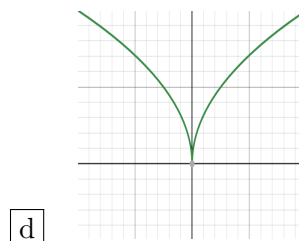
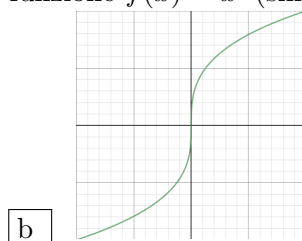
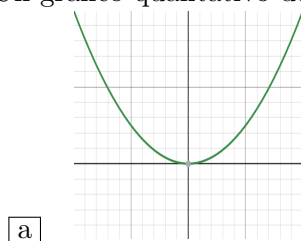
$$f(x) = 1 + a(a-1)(a+2)x + ax^2 + x^3 + o(x^3) \text{ per } x \rightarrow 0,$$

dove $a \in \mathbf{R}$ è un parametro. Allora la funzione f

- ha minimo in $x = 0$ per $a = 1$;
- ha minimo in $x = 0$ per $a = -2$;
- ha minimo in $x = 0$ per $a = 0$;
- non ammette minimo in $x = 0$ per alcun valore $a \in \mathbf{R}$.

Quesito 5 (1/0/-0.25 punti)Il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\log_3(x-2)}$ è

- $(2, 3]$;
- $(1, +\infty)$;
- $[3, +\infty)$;
- $(2, +\infty)$.

Quesito 6 (1/0/-0.25 punti)Un grafico qualitativo della funzione $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(\sin x)^{\frac{1}{5}}$ in un intorno di $x = 0$ è

PARTE T**Domanda 1 (5 punti)**

Enunciare e dimostrare la formula di Taylor con resto secondo Peano.

Domanda 2 (3 punti)

Dare la definizione di integrale basata sulle somme di Cauchy-Riemann. Dire se la funzione $f(x) = 1$ se $x \in \mathbb{Q}$; 0 se $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ è integrabile e motivare la risposta alla luce della definizione data.

Domanda 3 (2 punti)

Dare la definizione assiomatica di \mathbb{R} .

PARTE B**Esercizio 1 (3+1 punti)**

Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{\log(n-1) - \log(n)}{\log(n-1)\log(n)}.$$

Calcolarne la somma se possibile.

Esercizio 2 (4 punti)

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\log(1 + 2x)]^2 - 4x \tan x}{x (\sqrt{1+x} - 1 - \frac{1}{2}x)}$$

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{4e^x + 2}{e^{2x} - 1} e^x dx.$$

Esercizio 4 (1+1+3 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \log |2x^2 + x| + 3x$$

per quali $x \in \mathbb{R}$ è continua?

Per quali $x \in \mathbb{R}$ è derivabile?

Studiare la funzione f e tracciarne un grafico qualitativo (è richiesto lo studio della derivata prima mentre non è richiesto lo studio della derivata seconda).