



Politecnico di Milano
Analisi Matematica 1
Anno Accademico 2017-2018
Prof. Ettore Lanzarone

Appello
25 giugno 2018

NOME _____
COGNOME _____
MATRICOLA _____

Parte A: punteggio 6/30; soglia minima per passare la prova 2/30 (ogni risposta giusta ad un quesito vale 1 punto, ogni risposta errata vale -0.25 punti, ogni risposta in bianco vale 0 punti)

Parte T: punteggio 10/30: soglia minima per passare la prova 4/30

Parte B: punteggio 17/30; soglia minima per passare la prova 8/30

Voto complessivo minimo per passare la prova 18/30. Tempo a disposizione 2 ore e 30 minuti. Non si ritirano fogli di brutta: consegnare soltanto questo plico costituito da ?? fogli. Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio nello spazio apposito; intestazioni in bianco annullano la prova. Chi viene sorpreso a copiare, parlare o consultare materiale verrà espulso e la prova annullata.

PARTE A

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x^3} - e^{-x}}{x^7 + 2e^{-x}}$$

è uguale a

- $-\infty$;
 $-\frac{1}{2}$;
 0;
 $+\infty$.

Quesito 2 (1/0/-0.25 punti)

L'equazione $z + i|z| = 0$ ha in \mathbf{C}

- esattamente due soluzioni;
 una sola soluzione;
 infinite soluzioni;
 nessuna soluzione.

Quesito 3 (1/0/-0.25 punti)

Per quale valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ \alpha & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 1]$?

 1;

 0;

 2;

 nessuna delle altre risposte è corretta.
Quesito 4 (1/0/-0.25 punti)

Una primitiva su \mathbf{R} della funzione f definita da $f(x) = \frac{x}{1+x^4}$ è

 $\frac{\arctan x^2}{2}$;

 $\log(1+x^4)$;

 $\arctan x^2$;

 $\arctan\left(\frac{x^2}{2}\right)$.
Quesito 5 (1/0/-0.25 punti)

La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \log\left(\frac{1}{n}\right)$$

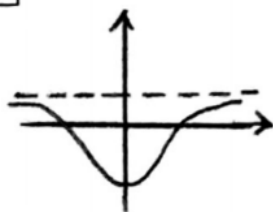
 diverge a $-\infty$;

 non è a termini di segno costante;

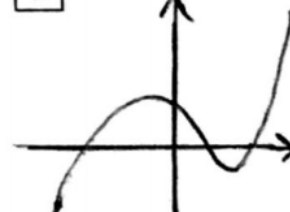
 diverge a $+\infty$;

 converge.
Quesito 6 (1/0/-0.25 punti)

Sia $P(x)$ un polinomio di grado pari nella variabile x . Quale dei seguenti può essere il grafico di $P(x)$?

 a

 b

 c

 d


PARTE T

Domanda 1 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

Domanda 2 (3 punti)

Cosa si intende per funzione derivabile in x_0 .

Classificare i punti di non derivabilità.

Domanda 3 (2 punti)

Enunciare il principio di induzione per una proposizione $p(n)$.

PARTE B**Esercizio 1 (2+2 punti)**

Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{2a})}{n^{a-4}}$$

- i)* per $a > 0$,
- ii)* per $a < 0$.

Esercizio 2 (3+1 punti)

Scrivere in forma algebrica le soluzioni di

$$(z - 2)^4 = (1 + i)^4$$

in \mathbf{C} e rappresentarle nel piano complesso.

Che tipo di poligono ha come vertici le radici dell'equazione precedente?

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \frac{3 \sin x \cos x}{(\cos x + 2)(\cos^2 x + 1)} dx.$$

Esercizio 4 (1+1+3 punti)

Data la funzione

$$f(x) = e^{x^2} \sqrt{|2-x|}$$

per quali $x \in \mathbf{R}$ essa è continua?

Per quali $x \in \mathbf{R}$ la funzione f è derivabile?

Studiare la funzione f e tracciarne un grafico qualitativo (è richiesto lo studio della derivata prima mentre non è richiesto lo studio della derivata seconda).