Politecnico di Milano **Analisi Matematica 1** Anno Accademico 2017-2018 Prof. Ettore Lanzarone	Appello 28 agosto 2018
NOME________________ COGNOME________________ MATRICOLA________________	

Parte A: punteggio 6/30; soglia minima per passare la prova 2/30 (ogni risposta giusta ad un quesito vale 1 punto, ogni risposta errata vale -0.25 punti, ogni risposta in bianco vale 0 punti)
Parte T: punteggio 10/30: soglia minima per passare la prova 4/30
Parte B: punteggio 17/30; soglia minima per passare la prova 8/30

Voto complessivo minimo per passare la prova 18/30. Tempo a disposizione 2 ore e 30 minuti. Non si ritirano fogli di brutta: consegnare soltanto questo plico costituito da 8 fogli. Scrivere nome, cognome e matricola su ogni foglio nello spazio apposito; intestazioni in bianco annullano la prova. Chi viene sorpreso a copiare, parlare o consultare materiale verrà espulso e la prova annullata.

PARTE A

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ invertibile e derivabile tale che $f(1) = 2$ e $f'(1) = 4$ allora, detta $g = f^{-1}$,

- ☐ $g'(2) = 4$;
- ☐ $g'(2) = \frac{1}{4}$;
- ☐ g può non essere derivabile in 2;
- ☐ nessuna delle altre risposte è corretta.

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

Dati $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \sin x + \beta \cos x & \text{se } x > 0 \\ e^{2x} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$ se e solo se

- ☐ $\alpha = 2$ e $\beta = 1$;
- ☐ $\alpha = 1$ e $\beta = 2$;
- ☐ $\alpha = 0$ e $\beta = 0$;
- ☐ $\alpha = 1$ e $\beta = 1$.

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

Se $z = \cos\sqrt{3} + i\sin\sqrt{3} \in \mathbf{C}$, allora z^2 vale

- ☐ $(\cos\sqrt{3})^2 + i(\sin\sqrt{3})^2$
- ☐ $\cos(2\sqrt{3}) - i\sin(2\sqrt{3})$;
- ☐ $\cos(2\sqrt{3}) + i\sin(2\sqrt{3})$;
- ☐ $\cos 3 + i\sin 3$

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

Siano $f(x) = o(x^2)$ e $g(x) = o(x^3)$ per $x \to 0$. Allora per $x \to 0$ è vero che

- ☐ $f(x) + g(x) = o(x)$;
- ☐ $f(x) + g(x) = o(x^3)$;
- ☐ $f(x) + g(x) = o(x^5)$;
- ☐ $f(x) + g(x) = o(x^6)$.

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

L'integrale

$$\int_{-2}^{2} (|x| + x)\, dx$$

vale

- ☐ 8;
- ☐ -2;
- ☐ 4;
- ☐ 0.

Quesito 1 (1/0/-0.25 punti)

La serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{9^n}$

- ☐ ha somma $\frac{8}{9}$;
- ☐ ha somma > 1;
- ☐ è irregolare;
- ☐ ha somma $\frac{9}{10}$.

PARTE T

Domanda 1 (5 punti)

Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

Domanda 2 (3 punti)

Dare la definizione di continuitintà e di derivavilità per una funzione $f(x)$.
Dire poi come continuitintà e di derivavilità sono legate tra loro.

Domanda 3 (2 punti)

Dare la definizione assiomatica di $\mathbb{R}$.

PARTE B

Esercizio 1 (3+1 punti)

Scrivere in forma algebrica e rappresentare nel piano complesso le soluzioni dell'equazione

$$(\mathrm{Re}(z) - 3)\left(z^4 - 2z^2 + 4\right) = 0.$$

Esercizio 2 (4 punti)

Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ esiste finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} e^{-3\alpha x} \sin(e^{-2x})\, dx.$$

Giustificare adeguatamente la risposta.

Esercizio 3 (4 punti)

Calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x^3 e^{x^2}$, l'asse delle ascisse e le rette $x = -1$ e $x = 3$.

Esercizio 4 (1+1+3 punti)

Data la funzione

$$f(x) = x + 2 \arctan\left(\frac{1}{x+1}\right),$$

Per quali $x \in \mathbf{R}$ la funzione f è continua?
Per quali $x \in \mathbf{R}$ la funzione f è derivabile?
Studiare la funzione f e tracciarne un grafico qualitativo (non è richiesto lo studio della derivata seconda).