Analisi matematica 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	14/12/2018

Esercizio 1 Sia data la curva: $\gamma(t) = (e^{t+1}\cos 2t, e^{t+1}\sin 2t, e^{t+1}) \quad t \in [0,4]$. Trovare versore tangente e normale in ogni punto di γ. Calcolare quindi $\int_\gamma f ds$ dove $f(x.y.z) = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{z} + 2}$.

Esercizio 2 Sia data l'elica cilindrica di equazioni $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad t \in [0, 2\pi]$. Calcolare il versore tangente $\overrightarrow{T}$ a γ nel punto P della curva corrispondente al valore $t = \pi$. Scrivere l'equazione del piano che passa per il punto P parallelo a $\overline{T}$ e al vettore $\overrightarrow{v} = (-1, 2, 1)$. Calcolare quindi $\int_\gamma f ds$ dove $f(x,y,z) = \sqrt{2}xyz$.

Esercizio 3 È data la curva $\overrightarrow{r}(t) = (t^3, t, t^2) \qquad t \in \mathbb{R}$.

- Determinare il triedro di Frenet nel punto $\overrightarrow{r}(1)$.
- Scrivere le equazioni dei piani osculatore, normale e rettificante in $\overrightarrow{r}(1)$.
- Stabilire se esiste un piano che contiene il sostegno della curva.
- Determinare il raggio di curvatura e l'equazione del cerchio osculatore in $\overrightarrow{r}(1)$.

Esercizio 4 È assegnata la curva $\overrightarrow{r}(t) = (e^t, e^{2t}, t) \qquad t \in \mathbb{R}$.

- Dire se la curva è regolare. Determinare la curvatura e la torsione della curva $\forall t \in \mathbb{R}$.
- Scrivere le equazioni dei piani osculatore π_1 e normale π_2 alla curva in $\overrightarrow{r}(0)$.
- Determinare le equazioni parametriche della retta passante per $P(0,1,0)$ e ortogonale al piano π_1.
- Dire se il piano π_2 ha punti in comune con la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z + 1 = 0$

Esercizio 5 È assegnata la curva $\overrightarrow{r}(t) = (e^t\cos t, e^t \sin t, 4) \qquad t \in \mathbb{R}$.

- Trovare i vettori $\overrightarrow{T}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{N}$ nel riferimento di Frenet nel punto $C(t_0)$ con $t_0 = \frac{3}{2}\pi$.
- Trovare la curvatura κ in C.
- Scrivere una equazione cartesiana del piano normale alla curva nel punto C.