Analisi matematica 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	12/12/2018

Esercizio 1 Mostrare che le funzioni $\gamma_1(t) = (\sin t, \cos t) \quad t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ e $\gamma_2(t) = ((t-1), \sqrt{2t - t^2}) \quad t \in [0, 2]$ rappresentano la stessa curva. Disegnarla indicando anche il verso di percorrenza.

Esercizio 2 Stabilire se le seguenti curve sono regolari:

- $\gamma(t) = (r \cos t, r \sin t, t) \quad t \in [0, 4\pi]$;
- $\gamma(t) = (\ln(1 + t), t - t^2, e^t) \quad t \in [2, 3]$

Esercizio 3 Data la curva $\gamma : I \to \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (e^t, e^t \sin t, e^t \cos t) \quad t \in I = [-4, 4]$, determinare la retta tangente a γ nel punto $P(1, 0, 1)$. Calcolare quindi la lunghezza $l(\gamma)$.

Esercizio 4 Sia data la curva: $\gamma(t) = (e^{t+1} \cos 2t, e^{t+1} \sin 2t, e^{t+1}) \quad t \in [0, 4]$. Trovare versore tangente e normale in ogni punto di γ. Calcolare quindi $\int_\gamma f ds$ dove $f(x.y.z) = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{z}} + 2$.

Esercizio 5 Sia data l'elica cilindrica di equazioni $\gamma(t) = \cos t, \sin t, r \quad t \in [0, 2\pi]$. Calcolare il versore tangente $\overrightarrow{T}$ a γ nel punto P della curva corrispondente al valore $t = \pi$. Scrivere l'equazione del piano che passa per il punto P parallelo a $\overline{T}$ e al vettore $\overrightarrow{v} = (-1, 2, 1)$. Calcolare quindi $\int_\gamma f ds$ dove $f(x, y, z) = \sqrt{2}xyz$.

Esercizio 6 Sia $\gamma(t)$ la curva rappresentata parametricamente dalle equazioni:

$$\begin{cases} x = t^3 - t \\ y = t^2 + 1 \\ z = -2t^3 + t^2 + 2t + 2 \end{cases} .$$

a) Verificare che γ è una curva piana, determinando una equazione del piano π che la contiene.

b) Dopo aver verificato che $P_0 = (0, 2, 3)$ è un punto doppio di γ determinare il coseno di uno dei due angoli formati dalle due tangenti a γ in P_0.

c) Scrivere l'equazione della sfera di centro $C(0, 1, 1)$ tangente al piano π.