Analisi e geometria 1	
prof. LANZARONE- Esercitazione	04/12/2018

Equazioni differenziali

Esercizio 1 Si consideri l'equazione differenziale: $y' + ty = t$ con $y = y(t)$ determinare:

a le soluzioni dell'equazione;

b la soluzione $\overline{y}(t)$ che assume massimo valore pari a 2;

c Definita la funzione $F(x) = \int_0^x \overline{y}(t)dt$, verificare che il grafico di F ammette un asintoto obliquo a $+\infty$, parallelo alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

Esercizio 2 Si consideri il problema di Cauchy

$$(*) \begin{cases} y' = x^2y^3 \\ y(1) = 3 \end{cases} .$$

a) Determinare l'unica soluzion u di $(*)$, specificando nell'intervallo $(-\infty, \alpha)$ più ampio in cui risulta essere soluzione.

b) Dire se la soluzione è limitata sul dominio e discutere la convergenza dell'integrale

$$\int_0^\alpha u(x)dx.$$

Esercizio 3 Si consideri il problema di Cauchy

$$(*) \begin{cases} y' = (2-y)(3-y) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

a) Determinare l'unica soluzion u di $(*)$, specificando nell'intervallo $(-\infty, \alpha)$ più ampio in cui risulta essere soluzione.

b) Dire se la soluzione è limitata sul dominio e discutere la convergenza dell'integrale

$$\int_0^\alpha u(x)dx.$$

Esercizio 4 Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = 2t^3y + \frac{t^3}{y}.$$

a) Si trovi l'integrale generale (insieme di tutte le soluzioni) dell'equazione.

b) Si determini la soluzione $\overline{y} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per cui risulta $\overline{y}(0) = 1$. s

Esercizio 5 Si consideri l'equazione differenziale:

$$y' + x^2 y = x^2.$$

a) Trovare la soluzione generale dell'equazione.

b) Sia $\overline{y}$ la soluzione particolare dell'equazione differenziale che soddisfa la condizione $\overline{y}(0) = 2$. Scrivere il polinomio di MacLaurin di $\overline{y}$ di ordine 3. (Non si richiede di trovare esplicitamente la soluzione $\overline{y}$).

c) Trovare tutte le soluzioni non costanti dell'equazione che hanno punto di flesso in $x_0 = 0$.

Esercizio 6 L'equazione differenziale

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V$$

è un modello di un circuito elettrico in cui $i = i(t)$ è l'intensità di corrente, V la tensione, R la resistenza e L l'induttanza. Determinare la soluzione sapendo che R, L, V sono costanti positive, $i(0) = 0$. Qual è il valore in condizione di regime?
Ripetere le richieste nel caso di $V = \sin \omega t$, $R = L = 1$.