

Analisi matematica 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	20/11/2018

### Integrali indefiniti

**Esercizio 1** È data la funzione  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

- Provare che la funzione  $F(x) = \frac{x}{2}\sqrt{4 - x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2}$  è una primitiva della  $f(x)$  nell'intervallo  $(-2, 2)$ .
- Provare che la funzione  $G(x) = \frac{x}{2}\sqrt{4 - x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}$  è una primitiva di  $f(x)$  nell'intervallo  $(-2, 2)$  che passa per  $P(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

**Esercizio 2** Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2+x} \sqrt[4]{x+x^2}}{x\sqrt{x}} dx;$

b)  $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx ;$

c)  $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx;$

d)  $\int \sin^2 x dx;$

e)  $\int \sin^3 x dx;$

f)  $\int \tan x dx;$

g)  $\int \tan^2 x dx;$

h)  $\int \frac{1}{\sin 2x} dx;$

i)  $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx;$

l)  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx;$

m)  $\int x^2 \ln x dx;$

n)  $\int x^3 e^{-x^2} dx;$

o)  $\int \cos \ln x dx.$

**Esercizio 3** Calcolare i seguenti integrali di funzioni razionali:

a)  $\int \frac{1}{x^2-3x+2} dx;$

b)  $\int \frac{3x-4}{x^2-5x+6} dx;$

c)  $\int \frac{x+1}{(3x+2)^2} dx;$

d)  $\int \frac{x^3+x^2-x-2}{x^2+x+1} dx;$

e)  $\int \frac{1}{e^x+1} dx;$

f)  $\int \frac{1}{\sin x} dx$ ;

g)  $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$ ;

h)  $\int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$ ;

i)  $\int \frac{x^3 - 2}{x^2(x^2 + 1)} dx$ .

**Esercizio 4** Determinare la funzione che soddisfa queste condizioni:

$$f''(x) = \sin x - \cos 2x$$

ed il suo grafico passa per  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  e ivi ha tangente parallela alla retta di equazione  $y = 2x$ .

**Esercizio 5** Data la funzione  $F(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b}}$  determinare i valori di  $a, b$  in modo che una sua primitiva sia la funzione  $f(x) = \frac{4x+8}{\sqrt{(x^2+8)^3}}$ . Scrivere quindi l'equazione della retta tangente alla funzione  $F(x)$  nel suo punto di flesso ad ascissa positiva.