

Analisi e geometria 1	
prof.LANZARONE - Esercitazione	13/11/18

Esercizio 1 Calcolare i seguenti limiti in dipendenza del parametro reale indicato:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos(e^x + 1) + \sin(x^2 + x^3) - 2}{x^\alpha}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan^3 x - 2x(1 - \cos x) + \frac{11}{12} x^3}{x^k \ln(1 + x^2)}$;

c) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(x + \frac{\pi^2}{2})^\alpha}{(1 + \sin x)}$;

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^4 - x^k)e^{x^2 - 2x}}{\ln^3(1 - x)}$.

Esercizio 2 Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado in $x = 1$ relativamente alla funzione $F(x) = xf(x)$ nel punto $x = 1$, sapendo che la $f(x)$ ha in tale punto un flesso con tangente la retta: $3x - 4y + 5 = 0$.

Esercizio 3 Calcolare lo sviluppo di MacLaurin del quarto ordine di $f(x) = \ln(\cos x)$.

Esercizio 4 Calcolare lo sviluppo di MacLaurin del quarto ordine di $f(x) = e^{\sin x}$.

Esercizio 5 Calcolare, utilizzando gli sviluppi di Taylor, $\ln 2$ con un errore minore di 10^{-5} .

Esercizio 6 Determinare i primi tre termini del polinomio di Taylor, con centro in $x = 0$, applicato alla funzione $F(x) = f(x)^{g(x)}$, sapendo che il polinomio di MacLaurin per la funzione $f(x)$ è $P_f(x) = 1 - x + x^2$ e quello della funzione $g(x)$ è $P_g(x) = 2 + x - 3x^2$.

Esercizio 7 Sia data la funzione $y = f(x)$ con $f \in C^3(\mathbb{R})$ e sia $f(0) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{f(x) - x} = 1$. Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado relativo alla funzione $f(x)$ in un intorno dell'origine. Dare una valutazione dell'errore che si commette approssimando $f(x)$ con tale polinomio nell'intorno $I = [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$, sapendo che per ogni $x \in I$ vale $|f'''(x)| < \frac{3}{20}$.