

Analisi e geometria 1	
prof.LANZARONE - Esercitazione	09/11/18

Calcolo di limiti con i polinomi di Taylor

Esercizio 1 Calcolare:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + \ln(1-x^2)}{x^2(2x+x^2)^2}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin^2 x} - e^{2x^2}}{1-\cos 4x}$;
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin^2 x - x \ln(1+x^2)}{x^4 \ln(1+x) - x^5}$;
- e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt[6]{x-1}}{(x-2)(1-\cos(x-2))}$;
- f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^3 e^{\frac{6}{x}} + 6x^2}{x\sqrt{4+x^2}}$;
- g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \left(\sin \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right)$ con $\alpha \geq 0$;
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \tan x} - \frac{1}{x^2} \right)$;
- i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\ln \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

Esercizio 2 Calcolare in dipendenza del parametro reale $k \geq 0$ il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x^5) + e^{|x \ln x|^k} - 1}{4 \sin x^5 + x^5 \sqrt[3]{x^2}}.$$

Esercizio 3 Calcolare i seguenti limiti in dipendenza del parametro reale indicato:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos(e^x + 1) + \sin(x^2 + x^3) - 2}{x^\alpha}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan^3 x - 2x(1-\cos x) + \frac{11}{12}x^3}{x^k \ln(1+x^2)}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(x + \frac{\pi^2}{2})^\alpha}{(1 + \sin x)}$;
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^4 - x^k)e^{x^2 - 2x}}{\ln^3(1-x)}$.

Esercizio 4 Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado in $x = 1$ relativamente alla funzione $F(x) = xf(x)$ nel punto $x = 1$, sapendo che la $f(x)$ ha in tale punto un flesso con tangente la retta: $3x - 4y + 5 = 0$.

Esercizio 5 Sia f definita in un intorno di e derivabile due volte nel punto e e tale che $f(e) = 1$, $f'(e) = -1$ e $f''(e) = 2$. Si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado con centro in $x_0 = 1$ della funzione $G(x) = f(xe^x)$.