

Analisi e geometria 1	
prof. Lanzarone - Esercitazione	30/10/2018

Studio di funzioni

Esercizio 1 Si consideri la funzione definita da

$$f(x) = x - \frac{2}{3} \ln(1 + x^3).$$

- a) Determinare il campo di esistenza di $f(x)$.
- b) Determinare gli eventuali asintoti.
- c) Determinare i punti di massimo locale e di minimo locale di $f(x)$.
- d) Determinare un grafico qualitativo di $f(x)$.
- e) Determinare il grafico qualitativo della funzione $y = -|f(x) - 2|$.

Esercizio 2 Si disegnino i grafici qualitativi delle seguenti funzioni, partendo dai grafici di funzioni elementari ed applicando le opportune trasformazioni:

$$f_1(x) = 1 - e^{|x|} \quad f_2(x) = |\ln|x + 1||.$$

Specificare quali sono le trasformazioni geometriche elementari applicate.

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x) = (3x^3 + 5x^2 + x)^{\frac{1}{3}}$$

- a) determinare i limiti e gli eventuali asintoti;
- b) determinare i punti di derivabilità e la derivata prima f' ;
- c) studiare la monotonia e gli estremi locali;
- d) disegnare il grafico
- e) determinare l'esistenza di almeno una soluzione $x \in (0, +\infty)$ dell'equazione $f(x) = 4x - 1$.

Esercizio 4 Studiare la funzione

$$f(x) = x^2[\ln(|x|) - 1].$$

Determinare dominio D ed eventuali asintoti; stabilire se esistono punti di massimo /minimo della funzione e stabilire se sono assoluti. Calcolare $\text{Im}(f)$, $f(3, +\infty)$ e $f^{-1}([1, +\infty))$. Esiste $\text{Sup}_D(f)$, $\text{Inf}_D(f)$?

Esercizio 5 Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x+1}{x-1}\right).$$

Dopo aver tracciato un grafico della funzione (tralasciando la derivata seconda), determinare $\text{Im}(f)$ e dire se f è invertibile.