

Analisi matematica 1	
prof.LANZARONE - Esercitazione	23/10/2018

Calcolo di derivate di funzioni elementari

Esercizio 1 Calcolare la derivata delle seguenti funzioni, supponendo soddisfatte le ipotesi di esistenza delle stesse:

a) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{2x+3}\right)$;

b) $f(x) = x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$;

c) $f(x) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ con y costante ;

d) $f(x) = \frac{\sin 2x + \cos^2 x + 1}{\sin x \cos x}$;

e) $f(x) = e^{\sin x} (2x + 1)$;

f) $f(x) = e^{\frac{1}{\ln x}}$;

g) $f(x) = \sqrt{\arctan(1 + x^2)}$;

h) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{3x}}$;

i) $f(x) = \frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x+a}}$;

l) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$;

m) $f(x) = \frac{x \ln x}{e^x}$;

n) $f(x) = e^x \ln x \sin x$;

o) $f(x) = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$;

p) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-5}$;

q) $f(x) = e^{(-3x+2)}(x^2 + 2x - 3)$;

r) $f(x) = x\sqrt{1+x^2} + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$;

s) $f(x) = (x^2 \ln x)^3$;

t) $y = \frac{1+3x+5x^2}{\sqrt[3]{x^2}}$;

u) $y = \frac{e^{-x} + e^x}{e^x - e^{-x}}$.

Esercizio 2 Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \cos(\ln(x))$$

nel punto di ascissa $y = e^{\frac{\pi}{2}}$.

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & |x| \leq 1 \\ x^2 - 1 & |x| > 1 \end{cases}$$

tracciare il suo grafico, determinare l'insieme di continuità e di derivabilità.

Esercizio 4 Stabilire se la funzione

$$f(x) = x|x - 1|$$

è derivabile nel suo insieme di definizione.

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

calcolare $f'(0)$ in base alla definizione. Calcolare poi $f'(x)$ per $x \neq 0$ e stabilire se la derivata è continua in $x = 0$.

Esercizio 6 Stabilire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

è continua in \mathbb{R} ; è derivabile in \mathbb{R} ammette derivata continua in $x = 0$.

Esercizio 7 Determinare se esistono in $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi)$ punti di non derivabilità per la funzione

$$f(x) = |-\sin x| + \frac{1}{3} \ln(1 + \sin x).$$