

Analisi e geometria 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	09/10/2018

Numeri Complessi

Esercizio 1 Eseguire le seguenti operazioni con i numeri complessi e rappresentare il risultato nel piano di Gauss:

1. $\frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}$;
2. $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$;
3. $\sqrt{2} + 4i - (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + i$;
4. $\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$;
5. $(1 + i\sqrt{3})^4 - (i - \sqrt{3})^4$;
6. $(1 + 2i)^2 - (1 - 2i)^2$.

Esercizio 2 Determinare se esistono valori della $x \in \mathbb{R}$ per i quali $z = (x + 2 + ix)(x - i)$ è immaginario puro.

Esercizio 3 Rappresentare nel piano di Gauss il luogo geometrico dei punti del piano che soddisfano le seguenti condizioni:

- $|z - 2| \leq 2$;
- $|z + 2| + |z| = 2$;
- $|\frac{z-i}{z+1}| \leq 1$;
- $|z + 3| - |z - 3| = 4$.

Esercizio 4 Disegnare nel piano di Gauss il luogo dei punti A ed il luogo dei punti B :

$$A = \{z \in \mathbb{C} - \{i\} : \frac{|z+1|}{|z-i|} = 2\}$$

$$B = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = \frac{1}{3}\}.$$

Risolvere quindi il sistema

$$\begin{cases} \frac{|z+1|}{|z-i|} = 2 \\ \operatorname{Re}(z) = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Esercizio 5 Rappresentare nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| < 4, 0 \leq \arg(z) < \frac{2}{3}\pi\};$$

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = (\sqrt{3} - 1)z, z \in A\};$$

$$C = \{v \in \mathbb{C} : v = w^2, w \in B\}.$$

Equazioni nel campo complesso

Esercizio 6 Rappresentare nel piano di Gauss il luogo geometrico dei punti del piano che soddisfano le

seguenti condizioni:
$$\begin{cases} -5(i+1)z + (1-7i)\bar{z} = 0 \\ |z-i| \leq 2 \end{cases} .$$