

Analisi e geometria 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	05/10/2018

Successioni

Esercizio 1 Calcolare i seguenti limiti:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{3n})^{2n}$;
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{1 + 3^n}$;
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - n + n^2}{2n^2 - n^{\frac{3}{2}} + 1}$;
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n^2}{3^n + n^3}$;
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{(2^n + 3^n)}$;
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n}{3n^2 + 1}}$;
- g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(3^n - 3^{-n})}{4^n + n^2}$;
- h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)^n}{n^{2n}}$;
- i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{3} - 1)^n$;
- l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n \ln n}$;
- m) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 2^{-\sqrt[4]{n}}$;
- n) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2}$;
- o) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n^2 + n}{n^2 - n + 2})^n$;
- p) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\ln(e + \frac{1}{n})] - 1}{\frac{1}{n}}$;
- q) $\lim_{n \rightarrow \infty} [\ln(e^n + n) - 3n]$;
- r) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n}$;
- s) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \cos n$;
- t) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\sqrt{n} \ln n}$;
- u) $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 + \cos n) \frac{1}{\sqrt{n}}$;
- v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n3^{n+1} + n^5 + 1)n!}{(3^n + 2^n)(n+1)!}$;
- z) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - 2 \sin \frac{n}{2}}{n + \cos n^2}$.

Esercizio 2 Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctan \frac{\sqrt{n^4+n^2+\sqrt{n}}}{n^2} \cdot \ln(1 + \sin \frac{2}{n})}{n^2 \sqrt{n^2 + n\sqrt{n}} \ln(\cos \frac{1}{n^2})}.$$

Esercizio 3 Le due successioni:

$$a_n = \left(\frac{2}{n}\sqrt{n} - 3\frac{1}{n^3}\right) \sqrt{e^{\frac{2}{n}} + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}} \ln\left(\frac{1}{n^2} + \pi\right)$$

e

$$b_n = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{n^4} + \sqrt{2}\right) + 3\left(\frac{1}{n} + 2\right) e^{\frac{1}{n}} \sqrt{\frac{1}{n^4} + 1}$$

sono asintoticamente equivalenti per $n \rightarrow +\infty$?

Numeri Complessi

Esercizio 4 Eseguire le seguenti operazioni con i numeri complessi e rappresentare il risultato nel piano di Gauss:

1. $\frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}$;
2. $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$;
3. $\sqrt{2} + 4i - (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + i$;
4. $\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$;
5. $(1 + i\sqrt{3})^4 - (i - \sqrt{3})^4$;
6. $(1 + 2i)^2 - (1 - 2i)^2$.