ESERCITAZIONE 3

① Scrivere per esteso la seguente sommatoria $\sum_{k=1}^{5} \frac{1}{2^{k-1}}$

$$\left[\sum_{k=1}^{5} \frac{1}{2^{k-1}} = \frac{31}{16} \right]$$

② Scrivere, usando il simbolo di sommatoria, la seguente somma: $1 - 3 + 5 + \dots + 17 - 19$

$$\left[\sum_{k=0}^{9} (-1)^k (2k+1) \right]$$

③ Calcolare $5!$ $\qquad [5! = 120]$

④ Calcolare $\binom{5}{2}$ $\qquad \left[\binom{5}{2} = 10 \right]$

⑤ Risolvere l'equazione $8\binom{n}{17} = 9\binom{n}{15}$ $\qquad [n = 33]$

⑥ Calcolare il coeff. di $x^9 y^{12}$ nello sviluppo di $\left(\frac{2}{3} x^2 y - \frac{3}{4} \frac{y^2}{x} \right)^9$

$$\left[-\frac{28}{9} \right]$$

⑦ Sviluppare utilizzando la formula del binomio di Newton $(3x-2y)^5$

$$\left[243x^5 - 810x^4y + 1080x^3y^2 - 720x^2y^3 + 240xy^4 - 32y^5 \right]$$

⑧ Provare che $3^{3n+3} - 26n - 27$ e' multiplo di 169 $\forall n \in \mathbb{N}$

⑨ Mediante il principio di induzione provare che:

a. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

b. $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$

c. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

d. $(1+x)^n \geq 1 + nx \quad \forall n \in \mathbb{N}$ e $\forall x \geq -1$

e. $2^n \geq n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

f. $n! \geq 2^{n-1}$