Analisi e geometria 1	
prof. LANZARONE - Esercitazione	26/09/2018

Ripasso funzioni

Esercizio 1 Siano date le funzioni $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$ e $g(x) = \ln x$. Dopo aver spiegato perchè possibile definire la funzione composta $h(x) = g(f(x))$, la si ricavi e se ne tracci il grafico. Si dica, motivando, se la funzione $y = h(x)$ è invertibile e se, esiste, si tracci il grafico della funzione inversa $y = h^{-1}(x)$. Infine si tracci il grafico di $y = \frac{1}{h(x)}$.

Esercizio 2 Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{\ln^2 x - \ln x}{1 - e^{x^2-4}}}$;

b) $f(x) = \frac{x^4 - 2x^3}{\sqrt[3]{(x^2 - 2|x| - |2x-1|)}}$;

c) $f(x) = \sqrt{\frac{2\sin^2 x - 1}{3 - \tan^2 x}}$.

Esercizio 3 Determinare dominio ed immagine delle seguenti funzioni. Stabilire poi se sono invertibili e in caso affermativo, determinare l'espressione dell'inversa.

a) $f(x) = \frac{x^3+2}{x}$;

b) $f(x) = e^{-|x|}$;

c) $f(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}} - 2$.

Esercizio 4 Date le funzioni $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = \frac{1}{6-x}$, determinare la funzione $h(x) = f(g(x))$ e la funzione $k(x) = g(f(x))$. Tracciare il grafico delle funzioni ottenute.

Esercizio 5 Date le funzioni $f(x) = \sin x$, $g(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \pi & x > 0 \end{cases}$, determinare la funzione $h(x) = f(g(x))$ e la funzione $k(x) = g(f(x))$. Tracciare il grafico delle funzioni ottenute.

Esercizio 6 Data la funzione $f(x) = \arcsin \sin x$, rappresentare il suo grafico per $\frac{3}{2}\pi \leq x \leq \frac{5}{2}\pi$.

Esercizio 7 Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x) = \ln((x-1)\ln x - x).$$

È invertibile?

Esercizio 8 Data la funzione $f(x) = e^x$, dedurre mediante trasformazioni geometriche elementari i grafici delle seguenti funzioni:

- $y = -f(|x|)$;
- $y = f(|x-1|)$;
- $y = f(3x)$;
- $y = -|f(x) - 1| + 1$;
- $y = \frac{1}{f(x)}$;
- $y = |-f(x) - e| + 2$;
- $y = \frac{|x+e|}{x+e} f(x)$;
- $y = \frac{|f(x)-e|}{f(x)-e}$.