

ESERCITAZIONE 1

① Mostrare che il numero $y = \sqrt{\frac{4+\sqrt{15}}{4-\sqrt{15}}} + \sqrt{\frac{4-\sqrt{15}}{4+\sqrt{15}}} \in \mathbb{N}$

$$[y = 8]$$

② La disequazione $\log_2(3x+1) \leq 1$ è equivalente a $(3x+1) \leq 2$?

$$[NO]$$

③ Dati gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} : \frac{3n+2}{n-2} \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N} : \frac{5n+7}{n-1} \in \mathbb{Z}\}$, determinare $A \cup B$ e $A \cap B$.

$$[A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 13\}]$$
$$A \cap B = \{0, 3, 4\}$$

④ Dati gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} : \frac{3n-4}{n-4} \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N} : \frac{5n-3}{n-3} \in \mathbb{Z}\}$, determinare $A \cup B$ e $A \cap B$.

$$[A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 15\}]$$
$$A \cap B = \{0, 2, 5, 6\}$$

⑤ Determinare $\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{2x+3} > 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} : x+1 > \sqrt{x^2-1}\}$

$$[A \cap B = (1, +\infty)]$$

⑥ Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

a. $y = \log(\sqrt{x-5} - x - 3)$

$$[-5 \leq x < -1]$$

b. $y = \frac{1}{x - 3^{\frac{1}{\log_2 3}}}$

$$[x \neq 2]$$

c. $y = \frac{4x^2 - 5}{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}$

$$[x \neq \sqrt[3]{2} - 1]$$

d. $y = 4 \arcsin[1 - \log(x-1)]$

$$[2 \leq x \leq e^2 + 1]$$

e. $y = \frac{1}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6}$

$$[x \neq \log_2 3 \wedge x \neq 1]$$

f. $y = (x^2 + 6x + 5)^{\sqrt{4-x^2}}$

$$[-1 < x \leq 2]$$